

Federico Batini

# ANALIZZO, INTERPRETO, RISOLVO

Percorsi per competenze



/ ASSE MATEMATICO

Federico Batini

# **Analizzo, interpreto, risolvo**

**Percorsi per competenze**





**LOESCHER  
EDITORE  
TORINO**

© Loescher Editore - Torino 2014  
<http://www.loescher.it>

I diritti di elaborazione in qualsiasi forma o opera, di memorizzazione anche digitale su supporti di qualsiasi tipo (inclusi magnetici e ottici), di riproduzione e di adattamento totale o parziale con qualsiasi mezzo (compresi i microfilm e le copie fotostatiche), i diritti di noleggio, di prestito e di traduzione sono riservati per tutti i paesi. L'acquisto della presente copia dell'opera non implica il trasferimento dei suddetti diritti né li esaurisce.

Le fotocopie per uso personale del lettore possono essere effettuate nei limiti del 15% di ciascun volume dietro pagamento alla SIAE del compenso previsto dall'art. 68, commi 4 e 5, della legge 22 aprile 1941 n. 633.

Le fotocopie effettuate per finalità di carattere professionale, economico o commerciale o comunque per uso diverso da quello personale possono essere effettuate a seguito di specifica autorizzazione rilasciata da:

CLEARedi, Centro Licenze e Autorizzazioni per le Riproduzioni Editoriali,  
Corso di Porta Romana 108, 20122 Milano

e-mail [autorizzazioni@clearedi.org](mailto:autorizzazioni@clearedi.org) e sito web [www.clearedi.org](http://www.clearedi.org)

L'editore, per quanto di propria spettanza, considera rare le opere fuori dal proprio catalogo editoriale. La fotocopia dei soli esemplari esistenti nelle biblioteche di tali opere è consentita, non essendo concorrenziale all'opera. Non possono considerarsi rare le opere di cui esiste, nel catalogo dell'editore, una successiva edizione, le opere presenti in cataloghi di altri editori o le opere antologiche.

Nel contratto di cessione è esclusa, per biblioteche, istituti di istruzione, musei ed archivi, la facoltà di cui all'art. 71 - ter legge diritto d'autore.

Maggiori informazioni sul nostro sito: <http://www.loescher.it>

#### Ristampe

6	5	4	3	2	1	N
2019	2018	2017	2016	2015	2014	

ISBN 9788858310496

---

*Nonostante la passione e la competenza delle persone coinvolte nella realizzazione di quest'opera, è possibile che in essa siano riscontrabili errori o imprecisioni. Ce ne scusiamo fin d'ora con i lettori e ringraziamo coloro che, contribuendo al miglioramento dell'opera stessa, vorranno segnalarceli al seguente indirizzo:*

Loescher Editore s.r.l.  
Via Vittorio Amedeo II, 18  
10121 Torino  
Fax 011 5654200  
[clienti@loescher.it](mailto:clienti@loescher.it)

---

Loescher Editore S.r.l. opera con sistema qualità certificato CERMET n. 1679-A secondo la norma UNI EN ISO 9001-2008

#### Contributi

I percorsi sono realizzati in collaborazione con Andrea Paolini

#### Realizzazione

*Coordinamento editoriale:* Rebecca Impellizzieri  
*Redazione:* Gianna Innocenti  
*Ricerca iconografica:* Emanuela Mazzucchetti  
*Progetto grafico:* Fregi e Majuscole - Torino  
*Realizzazione tecnica:* LIV - Torino  
*Copertina:* Leftloft - Milano/New York  
*Fotolito:* Graphic Center - Torino  
*Stampa:* Sograte Litografia - zona industriale Regnano  
06012 - Città di Castello (Perugia)

# Indice

## ■ Introduzione

1.	Matematica e noci di cocco	5
2.	Che cosa significa sviluppare (far sviluppare) le competenze	10
3.	Le 16 competenze di base e le competenze di cittadinanza	12
4.	Le competenze e le Indicazioni nazionali	13
5.	L'asse matematico	18
6.	Le competenze obiettivo e la loro declinazione	20

## I percorsi

1.	Percorso 1	26
2.	Percorso 2	46
3.	Percorso 3	64
4.	Percorso 4	73

■	Fonti e materiali utili	93
---	-------------------------	----

## ■ [www.loescher.it/competenze](http://www.loescher.it/competenze)

- On line:
- il quaderno operativo dei percorsi per lo studente
  - la normativa di riferimento
  - materiali integrativi per l'attività in classe

# ■ Percorso 4

## Vedo, raccolgo, interpreto, calcolo, capisco ... e rappresento

<b>Unità di apprendimento 4</b>	Vedo, raccolgo, interpreto, calcolo, capisco... e rappresento
<b>Durata complessiva</b>	13 ore
<b>Collocazione</b>	Unità collocabile in classe prima o seconda della scuola secondaria di primo grado. Alcune attività possono essere svolte anche in classe terza. L'unità trova collocazione ideale anche nel biennio della scuola secondaria di secondo grado.
<b>Competenza/e obiettivo</b>	Analizzare dati e interpretarli sviluppando deduzioni e ragionamenti sugli stessi anche con l'ausilio di rappresentazioni grafiche, usando consapevolmente gli strumenti di calcolo e le potenzialità offerte da applicazioni specifiche di tipo informatico. Concorre ai seguenti obiettivi chiave di cittadinanza: risolvere problemi, individuare collegamenti e relazioni, acquisire e interpretare l'informazione, collaborare e partecipare.

Attività	Tempi	Modalità di somministrazione
<i>Camera mia, disegno il mio pezzo di mondo; confronto tra spazi</i>	Tre incontri di 2 ore	<p>Si propone di seguito un'attività strutturata che affronta con taglio semplice e coinvolgente molti dei concetti e contenuti importanti per l'unità di competenza, quali: concetto di approssimazione; confronto di dati; capacità di rappresentazione grafica; capacità di calcolo; utilizzo dei grafici fondamentali; utilizzo fogli di calcolo su PC.</p> <p>L'insegnante propone lo spezzone tratto dal film "V per Vendetta" in cui la protagonista subisce l'incarcerazione e scopre un testo scritto nella tana di un topo, che le rivela i sogni e la forza d'animo della prigioniera incarcerata prima di lei in quella cella dal regime.</p> <p>A seguire la classe sarà invitata a effettuare un brainstorming dal titolo: "Quale è il vostro centimetro di spazio da salvare, quello dove vi sentite liberi?"</p> <p>In questa fase i ragazzi vanno guidati, gradualmente, fino a che non emerga da parte di qualcuno l'identificazione del proprio centimetro all'interno della propria camera o in una stanza particolare della propria casa (o in modo più metaforico). L'insegnante prende spunto per impostare l'attività intorno alla stanza da letto che sarà, in questa fase, il filo conduttore di tutte le prossime attività. In questa fase sarà importante sottolineare, per evitare che qualche allievo/a si senta in difficoltà, che sono utili alla classe intera tipologie diverse di camera, grandi, piccole, condivise con numerose persone, solitarie, vissute in due ecc. L'insegnante chiederà quindi a ciascun allievo di disegnare il più precisamente possibile con l'ausilio del righello e in scala (meglio se su carta millimetrata) la propria camera o comunque la stanza in cui dorme, compreso tutto il mobilio e gli oggetti presenti all'interno.</p>

Attività	Tempi	Modalità di somministrazione
		<p>Verrà chiesto di inserire, <i>per approssimazione</i>, le misure della stanza e di tutti gli oggetti e conseguentemente di calcolarne le relative aree. In questa fase può essere molto utile veicolare il concetto di <i>proporzione</i> tra gli oggetti e di rispetto della stessa nella definizione dei rapporti tra le figure geometriche (approssimando a figure geometriche piane anche talune eventualmente irregolari), al fine di ottenere risultati accettabili e abbastanza vicini al reale. Il conduttore chiederà ai ragazzi di calcolare, in metri quadrati, quanto è lo spazio calpestabile della propria stanza, cioè quello spazio in cui essi possono camminare, in quanto non occupato da nessun tipo di mobile.</p> <p>Nella fase di rappresentazione grafica delle stanze e di calcolo delle aree, coloro che avessero terminato prima di altri dovranno essere invitati eventualmente ad aiutare altri compagni in difficoltà, con l'avvertenza di non sostituirsi al compagno nell'esecuzione dell'attività, ma di aiutarlo a capire cosa sta facendo e cosa deve fare (favorendo l'apprendimento e la cooperazione tra pari e premiando i gruppi in cui la cooperazione è stata finalizzata all'apprendimento).</p> <p>L'insegnante chiederà poi di calcolare, sia in termini percentuali che attraverso le frazioni, la quantità di spazio calpestabile in relazione alle dimensioni complessive della stanza.</p> <p>Come attività conclusiva l'insegnante proporrà un'attività che richiama in campo almeno due dei tre tipi di grafici fondamentali (istogramma e grafico a torta). Si chiede difatti a ciascun ragazzo individualmente di rappresentare in forma grafica la propria camera e le relazioni tra gli spazi calpestabili e quelli non calpestabili, precedentemente calcolati (il grafico a torta, utile a rappresentare parti del tutto o percentuali, sarà quindi utile in questa fase). Importante sarà dare senso alla divisione del cerchio (o torta) nella definizione del grafico, attraverso l'utilizzo del goniometro o, in alternativa, approssimando in maniera più precisa possibile secondo una logica per scomposizione, le dimensioni delle due differenti parti della torta.</p> <p>L'insegnante chiederà poi di rappresentare nel grafico le relazioni tra le aree dei soli oggetti presenti nella propria camera, individuando graficamente quale di esse incide di più nella percentuale di non-calpestabilità (in questo caso sarà l'istogramma a tornarci utile nella rappresentazione e messa in paragone dei rapporti tra gli elementi).</p> <p>Per concludere l'attività e per promuovere l'attivazione e il confronto tra i compagni, l'insegnante chiederà a ognuno di riportare a turno alla lavagna le percentuali di calpestabilità e gli altri dati emersi al fine di paragonare i risultati e avere un'idea complessiva delle camere di tutti e dei loro rapporti.</p> <p>Si utilizzerà in questo caso un unico e complessivo grafico a istogramma, avendo cura di graduare l'asse delle ordinate in modo che i ragazzi posizionino a turno le loro risultanze in maniera più propria possibile.</p> <p>L'insegnante chiederà infine un <i>feedback</i> conclusivo chiedendo ai ragazzi di commentare i risultati complessivi alla lavagna e di ragionare sull'utilizzo dei dati emersi e sulla loro rappresentazione grafica.</p> <p>L'attività si presta infine a una traduzione in un laboratorio informatico dei risultati e dei dati emersi: qui l'insegnante potrà fare impostare ai ragazzi, divisi per piccoli gruppi, tabelle dati e relativi istogrammi relativi all'attività appena condotta. Qualora si ritenga che l'attività svolta con la camera possa rappresentare un problema per alcuni componenti della classe (camere anguste, spazio vitale condiviso con troppi soggetti) si potrà procedere con una stanza più neutra, come la cucina o la stanza nella quale consumano il pasto serale.</p>

Attività	Tempi	Modalità di somministrazione
<i>Misure, grandezze e conversioni</i>	Incontro di 2 ore	<p>L'insegnante procederà alla spiegazione di questa sezione teorica sui seguenti argomenti: le scale di misurazione; i rapporti tra grandezze; ripresa e approfondimento del concetto di approssimazione (Scheda docente: <i>"Le scale di misura"</i>; Scheda docente <i>"Approssimazione"</i>). Introdurrà il concetto di approssimazione e il suo utilizzo. Per ogni concetto presentato con questo e il precedente approfondimento è opportuno fare esempi e farne fare ai ragazzi.</p> <p>L'insegnante partirà dalla definizione di lunghezza, di grandezza e di volume per giungere quindi alla funzione del SI e alla comprensione del concetto di ordine di grandezza a partire dai relativi prefissi, con esempi tratti dalla vita quotidiana (a es. kilobyte, chilometro, chilogrammo, litro ecc.).</p> <p>Sempre a partire da casi della vita quotidiana l'insegnante insegnerà ad applicare opportunamente le conversioni di lunghezze e aree (a es. da cm a m e km e da <math>\text{cm}^2</math> a <math>\text{m}^2</math> e <math>\text{km}^2</math>) proponendo specifici esercizi.</p> <p>Si giungerà quindi alla comprensione del concetto di grandezze incommensurabili (vedi Scheda docente: <i>"I Pitagorici e la scoperta degli irrazionali"</i>).</p>
<i>In classe: da soli, che fatica! (proporzionalità inversa)</i>	Incontro di 2 ore	<p>Per partire sarà opportuno aver creato un ambiente adeguato in aula, chiedendo la collaborazione della classe e la partecipazione attiva all'esercizio. Allontanate le sedie dall'aula, i banchi saranno predisposti, uniti l'uno accanto all'altro, al centro della classe. L'insegnante chiederà al gruppo di svolgere un compito di ridistribuzione di tutti i banchi della classe dalla posizione iniziale a una posizione finale differente (a esempio: disposizione a ferro di cavallo o quella della configurazione abituale della classe). Chiederà quindi di svolgere il medesimo compito prima a un solo ragazzo del gruppo; successivamente ripeterà l'attività aumentando di volta in volta di un elemento il numero dei partecipanti all'attività. L'insegnante cronometrerà ogni volta i tempi di esecuzione, registrandone i risultati. Il gruppo via via allargato di partecipanti (si consiglia un massimo di 6 ragazzi coinvolti) svolgerà lo stesso compito in un tempo progressivamente minore e così, avvertendo la differenza in ordine ai tempi di esecuzione via via ridotti, i ragazzi esperiranno la logica della proporzionalità inversa (maggiore sarà il numero di elementi cooperanti, minori saranno i tempi di esercizio).</p> <p>A questo punto, riordinati i banchi, i ragazzi saranno invitati, sotto la guida dell'insegnante, a riportare l'esercizio in un piano cartesiano sul proprio quaderno. Si inserirà dunque su un asse il numero dei ragazzi e sull'altro i tempi di esecuzione-prova corrispondenti. Unendo i punti si troveranno le coordinate che definiranno la classica "linea curva a scendere" tipica di questa proporzionalità.</p> <p>Al termine poi della seconda attività laboratoriale che andiamo a descrivere di seguito, gli stessi risultati saranno poi riportati in aula informatica su fogli di calcolo per ambedue le attività (e quindi per entrambe le proporzionalità), giungendo alla definizione dei grafici su assi cartesiani che mostrino anche, al variare dei valori dei campi, inclinazioni differenti per le rette di proporzionalità. Ciò renderà evidenti i rapporti tra variabili prese in considerazione mostrando come, a seconda del rapporto che insiste tra le stesse, varino in maniera più o meno forte le risultanze e quindi si palesino rette sul piano con inclinazione più o meno accentuata (es. rapporto 1/3: al variare di una di un punto, l'altra triplica; rapporto 1/4: al variare di una di un punto, l'altra quadruplica ecc.).</p> <p>Al termine del lavoro al computer i ragazzi avranno avuto in tal modo una visione contemporanea, chiara e completa delle tre possibili rappresentazioni dei dati (numerica, grafica e simbolica).</p>

Attività	Tempi	Modalità di somministrazione
<i>Sommelier si diventa!</i> (proporzionalità diretta)	Incontro di 2 ore	<p>Per esperire invece in forma laboratoriale la proporzionalità di tipo diretto (pur richiamando anche quella inversa) l'insegnante propone l'attività "<i>Sommelier si diventa!</i>", dividendo come prima cosa la classe in piccoli gruppi (il piccolo numero consente una più fluida partecipazione di ciascun ragazzo alla sperimentazione).</p> <p>Fornirà poi a ciascun gruppo i materiali utili all'esperimento (bicchieri, bottiglia di succo d'arancia, bottiglia d'acqua naturale) e la Scheda attività 1: <i>Sommelier si diventa! Il mio cocktail</i> da compilare con i dosaggi tra gli ingredienti, le loro proporzioni e i risultati in termini di gusto percepito.</p> <p>I ragazzi saranno quindi invitati a creare le loro soluzioni con il succo di frutta e l'acqua rispettando le quantità riportate nella Scheda istruzioni: <i>Sommelier si diventa!</i> o, in alternativa, scegliendo loro i volumi degli ingredienti in <i>ml</i>, ma rispettando comunque le proporzioni della Scheda istruzioni: <i>Sommelier si diventa!</i>, con l'unica cautela di non produrre miscele "esondanti" il bicchiere.</p> <p>Nota bene: utilizzare lo stesso rapporto ma quantità differenti, potrebbe stimolare la cura e la precisione sul compito da parte dei ragazzi; elementi che abbiamo detto essere determinanti all'approccio alla materia.</p> <p>Dopo aver prodotto e assaggiato le proprie miscele (cocktail), i ragazzi saranno invitati a compilare la Scheda attività 1: <i>Sommelier si diventa! Il mio cocktail</i> in cui verrà chiesto loro di completare la loro tabella di proporzione tra gli ingredienti e di rispondere a domande specifiche, collegate all'attività. Le osservazioni laboratoriali dei ragazzi dovrebbero risultare in linea con quanto sotto espresso: nella miscela 1, 2, 3 il sapore resta uguale o veramente molto simile, mentre nella 4 il sapore diventa decisamente più intenso.</p> <p>Le conclusioni da trarne dovrebbero essere che fino a quando il rapporto tra quantità di succo e acqua resta costante, anche il sapore della miscela non cambia. Quindi, fino a quando facciamo variare in modo direttamente proporzionale le grandezze (quantità di succo e acqua), il sapore resta invariato, con l'unica differenza - comunque importante - dell'aumento volumetrico della miscela. Se le due quantità non variano in modo direttamente proporzionale (e quindi il rapporto tra variabili subisce una variazione come nel caso 4), la proporzionalità salta e conseguentemente anche il sapore cambia.</p> <p>L'esperienza conduce alla convinzione che i ragazzi attraverso la formalizzazione successiva del metodo laboratoriale ottengano una ricaduta importante sulle proprie competenze, ma rafforzino anche notevolmente la permanenza delle conoscenze così acquisite. Attività come questa consentono di farlo, tra l'altro, in maniera coinvolgente, piacevole ed efficace.</p> <p>È importante, per non insinuare fraintendimenti, che al termine dell'attività appena descritta l'insegnante chiarisca bene alla classe che la proporzionalità diretta riguarda unicamente il "senso" delle due variabili e il loro legame matematico, non necessariamente la loro crescita (come nel caso esperito), ma anche la loro proporzionale decrescita (opportuno fornire molti esempi e farne ideare ai ragazzi, dei due tipi di proporzionalità ma anche dei tipi di "direzione").</p> <p>La proporzionalità inversa attiene invece a direzioni differenti dei due elementi, al crescere dell'una, l'altra decresce proporzionalmente e viceversa.</p> <p>Come accennato al termine della precedente attività "<i>In classe: da soli, che fatica!</i>" anche in questo caso sarà opportuno riportare i dati in fogli elettronici in aula informatica, agevolati tra l'altro da tabelle raccolte dati già compilate dai gruppi.</p>



Attività	Tempi	Modalità di somministrazione
Capra o auto?	Incontro di 1 ora	<p>Nell'ambito dell'unità di apprendimento sul calcolo delle probabilità, l'insegnante potrebbe trovare stimolante dedicare una narrazione su un matematico dalla vita avventurosa come Girolamo Cardano, che su questo tema ebbe molto da dire (declinando e compenetrando aspetti puramente matematici con aspetti di vita degli stessi protagonisti). Utile il richiamo ad una didattica interdisciplinare che consenta collegamenti tra materie; in questo caso si potrebbe aprire un parallelo sul periodo storico relativo (vedi "Appunti docente storico/biografici" <i>"Girolamo Cardano"</i>, primo studioso delle questioni relative alla probabilità, 1501-1576).</p> <p>Altro utilizzo di una narrazione significativa potrebbe essere uno spezzone del film <i>"A beautiful mind"</i> in cui il prof. Nash dimostra la propria teoria dei giochi, studiando il movimento dei colombi nel piazzale adiacente alla propria stanza o, in un altro frangente, quando spiega agli amici il procedimento matematico per avere successo con una ragazza entrata con il suo gruppo di amiche nel bar. Essenziale in ambedue le situazioni giungere alla definizione – che Nash dimostra matematicamente attraverso un procedimento algebrico assai complesso – di come la collaborazione tra elementi cooperanti, anziché una loro competizione individualistica, possa condurre a risultati migliori.</p> <p>L'insegnante potrebbe trovare inoltre significativo, nell'ambito dell'unità di apprendimento, introdurre o sintetizzare il tema delle probabilità attraverso la lettura del brano stimolo <i>"Il dilemma di Monty Hall"</i>, da <i>"Lo strano caso del cane ucciso a mezzanotte"</i> di M. Haddon, Einaudi, 2003 (pp. 77-80). Durante la lettura l'insegnante dovrebbe riportare alla lavagna la rappresentazione grafica dello schema di soluzione del gioco a quiz proposto nel romanzo, facendo partecipare i ragazzi allo svolgimento.</p> <p>Si chiede agli alunni che tipo di probabilità vi sia di indovinare dove si trova l'auto o di incappare nella capra, rispetto alla sequenza di azioni proposte dal conduttore del quiz (risposta scontata è pensare che sia il 50%, così come riportato nei commenti di molti matematici indicati nella narrazione). Poi i ragazzi saranno stupiti dalla soluzione reale (66,666%), nel caso in cui in seconda battuta si opti per cambiare la porta scelta. Lo stupore, si ricorda, è uno dei fissativi dell'apprendimento. Occorre allora approfittare di quel momento di sintonia e soffermarsi, con pazienza, sulla motivazione.</p> <p>Ciò è dovuto chiaramente alle condizioni di partenza del gioco stesso (due porte nascondono una capra e una sola una macchina), quindi durante la prima scelta concessa al partecipante del quiz la possibilità di imbattersi nella porta che cela una capra è maggiore rispetto all'altra.</p> <p>Le basi di partenza sono quindi condizione necessaria perché il gioco non venga falsato o in taluni casi "truccato"!</p> <p>Ad uso del docente, la stessa fonte web (vedi relativa Scheda docente: <i>"Il dilemma di Monty Hall"</i>) riporta in termini più canonici e meno narrativi la stessa esperienza matematica intorno al calcolo delle probabilità, narrata da M. Haddon; risulterà dunque utile come approfondimento.</p>

## Materiali



1. DVD del film "*V come vendetta*" (disponibile anche su youtube)
2. Fogli di carta millimetrata
3. Scheda docente "*Le scale di misura*"
4. Scheda docente "*Approssimazione*"
5. Scheda docente "*I Pitagorici e la scoperta degli irrazionali*"
6. Cronometro
7. Aula informatica (per inserimento dati in Excel)
8. Bicchieri, succo, acqua naturale (per laboratorio attività "*Sommelier si diventa!*")
9. Scheda docente appunti storico/biografici: *Girolamo Cardano*
10. DVD del film "*A beautiful mind*"
11. Scheda docente "*Il dilemma di Monty Hall*"

## BRANI STIMOLO



1. M. Haddon *Il dilemma di Monty Hall* da "Lo strano caso del cane ucciso a mezzanotte", di M. Haddon, Einaudi, 2003, pp. 77-80.


## SCHEDE ATTIVITÀ



Istruzioni: "*Sommelier si diventa!*"

1. "*Sommelier si diventa! Il mio cocktail*"

Alunno ..... classe ..... data .....

Scheda istruzioni <i>"Sommelier si diventa!"</i> 				
MISCELA	Succo arancia (ml)	Acqua naturale (ml)	Rapporto succo/acqua	Intensità del sapore
1	40	80	$\frac{1}{2}$ (0,5)	Sapore riferimento (valore ipotetico = 1)
2	60	120	$\frac{1}{2}$ (0,5)	x uguale (valore = 1)
3	100	200	$\frac{1}{2}$ (0,5)	x uguale (valore = 1)
4	250	250	1	x più intenso (valore = 2)

Alunno ..... classe ..... data .....

Scheda attività 1  
***“Sommelier si diventa! Il mio cocktail”***



MISCELA	Succo arancia (ml)	Acqua naturale (ml)	Rapporto succo/acqua	Intensità del sapore
1	40	80	$\frac{1}{2}$ (0,5)	Sapore riferimento (valore ipotetico = ... )
2			$\frac{1}{2}$ (0,5)	
3			$\frac{1}{2}$ (0,5)	
4			1	

Quale differenza come sommelier avete notato tra i sapori delle miscele 1, 2, 3 e 4?


Come collegate il comportamento del sapore della miscela con i valori numerici presenti nella tabella del tuo gruppo?


Indicate in che modo il sapore della miscela e la proporzione di acqua e succo sono in relazione?


Aggiungete le vostre considerazioni:


Gruppo: .....

Alunno ..... classe ..... data .....

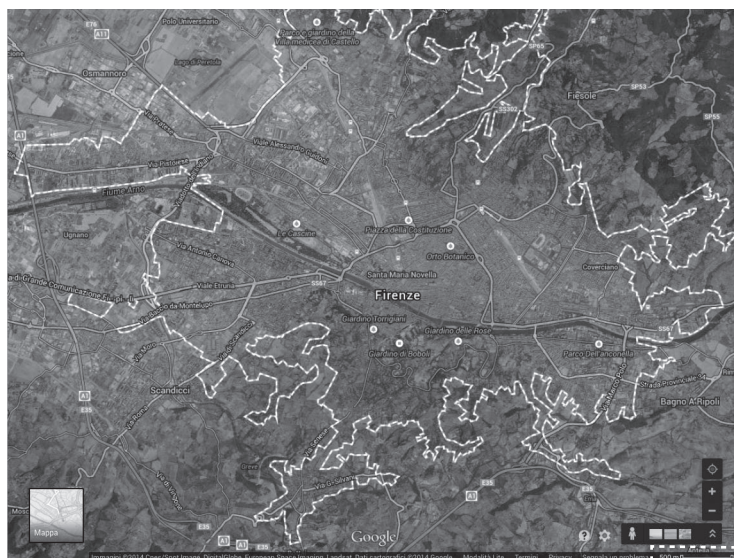
## Scheda docente Le scale di misura



Sorvolando in aereo una determinata zona potrai scorgere sotto di te strade, costruzioni, fiumi, vallate, mari, boschi e montagne ecc. Avrai cioè una panoramica dall'alto di un determinato territorio: lo stesso che si può trovare su una carta topografica, cioè su un disegno di quella zona come se fosse vista dall'alto (sia essa cartacea o, come sempre più frequentemente avviene, in formato digitale interattivo su supporti informatici). L'immagine sotto, tratta dal software google.maps, sfrutta immagini satellitari, connesse ad applicazioni estremamente sofisticate (es. street view), ma che hanno alla base un'immagine satellitare che noi possiamo avvicinare o allontanare alla nostra vista, operando delle modifiche sulla scala di misurazione.

L'immagine presa in considerazione sfrutta una scala (evidenziata dal tratteggio bianco in basso a destra) dove il rapporto, anche se non esplicitato in forma  $1: \times$  (ad esempio  $1:10.000$  come pare nell'esempio), è chiarito dal rapporto che passa tra la linea misurata in 2 cm e il valore in metri espresso sopra: 200 m. Quindi impostando l'equazione e riportando tutto a stessa unità di misura:

$2 \text{ cm} : 20.000 \text{ cm} = 1 \text{ cm} : 10.000 \text{ cm}$ , che significa che il rapporto di scala sarà  $1:10.000$  e in altre parole che un centimetro nella carta equivale a 10.000 cm, quindi 100 m, sulla terra.



Sarà chiaro certamente come anche le carte stradali, usate dagli automobilisti, oppure le carte di zone particolari (un gruppo montuoso, un parco nazionale, ecc.) utilizzano scale di rimpicciolimento e vedute aeree, siano satellitari e realistiche/paesaggistiche quali quella sopra o con evidenti soltanto le vie di comunicazione come nel caso delle carte stradali, o ancora ibridazioni delle due tipologie. Il rimpicciolimento del reale sulla carta è espresso, come detto, dal rapporto di scala: ad esempio se il disegno è 100.000 volte più piccolo della zona che rappresenta si dice che la sua scala è di  $1:100.000$  (si legge uno a centomila) e ciò significa che le misure sono state ridotte di centomila volte e quindi 1 centimetro sulla carta corrisponde a 100.000 centimetri (1 chilometro) sul terreno.

La scala, quindi, è il rapporto fra la lunghezza sulla carta e la corrispondente lunghezza reale sul terreno.

Alunno ..... classe ..... data .....

Tabella delle corrispondenze:

**Corrispondenze**

<i>Scala</i>	<i>1 Km sul terreno equivale a:</i>	<i>1 cm sulla carta equivale a:</i>
1:5.000	20 cm sulla carta	50 m sul terreno
1:10.000	10 cm sulla carta	100 m sul terreno
1:25.000	4 cm sulla carta	250 m sul terreno
1:50.000	2 cm sulla carta	500 m sul terreno
1:100.000	1 cm sulla carta	1 Km sul terreno

*Un piccolo espediente per sapere immediatamente a quanti metri sul terreno equivale un centimetro sulla carta, è quello di coprire gli ultimi 2 zero del numero della scala e leggere il resto.*

Alunno ..... classe ..... data .....

### Scheda docente Approssimazione



Il termine **approssimazione** s. f. [der. di approssimare] in termini matematici è definito dal vocabolario Treccani di lingua italiana come: *“calcolare con a.; a. per eccesso, per difetto; metodo delle a. successive, procedimento che permette di costruire una successione di grandezze i cui valori, via via ottenuti, si avvicinano progressivamente al valore di una grandezza data, in modo che la differenza tra questa e la grandezza ottenuta tende ad annullarsi.”*

Ci si approssima o avvicina quindi al risultato esatto senza incontrarlo in maniera perfetta. Ciò potrebbe apparire come una contraddizione per il senso comune che suole annoverare la matematica tra le scienze esatte, come per esempio nella nota affermazione “la matematica non è un’opinione!”

È di contro la matematica stessa che ci dice che esistono situazioni definite in cui la perfezione dei numeri e la certezza di un risultato non possono essere verificabili, operando ad esempio all’interno del sistema dei numeri irrazionali. L’uso delle approssimazioni può dunque essere giustificato dal fatto che spesso l’incompletezza delle informazioni disponibili non consente l’uso di modelli e rappresentazioni esatte. Inoltre molti problemi e fenomeni del mondo fisico, ma anche di quello matematico, sono o troppo complessi per essere rappresentati con espressioni analitiche, o addirittura impossibili da modellare. Questo è il caso ad esempio del valore della radice quadrata di 2, quindi del calcolo della diagonale del quadrato, della storia di Ippaso e dei pitagorici descritta nella Scheda “I Pitagorici e la scoperta degli irrazionali”. Inoltre, anche quando una rappresentazione analitica è nota a volte può essere conveniente, ai fini pratici, adottare rappresentazioni approssimate, allo scopo di ridurre la complessità del problema.

Il concetto di approssimazione trova abituale applicazione in ambito matematico, quando cioè si ha a che fare con numeri e con posizioni decimali dopo la virgola, ma è pure applicato frequentemente in problemi geometrici (il calcolo della diagonale del quadrato ne è un esempio chiaro) e in leggi fisiche.

È bene definire quindi come una approssimazione, concetto matematico a tutti gli effetti, sia indispensabile nella rappresentazione di una qualche grandezza che, pur essendo fatta in modo inesatto, è tuttavia abbastanza precisa (approssimata appunto alla perfezione) da poter essere usata, presa per corretta, ed abbia cioè una qualche utilità pratica sul lavoro.

Tecnicamente dal punto di vista prettamente numerico si operano approssimazioni all’interno di queste due famiglie: approssimazioni per troncamento e approssimazioni per arrotondamento.

- **Approssimazione per troncamento:** in questa tipologia di approssimazione si “tronca” letteralmente il numero a livello della cifra significativa necessaria: ad esempio, il numero 14,69316... può essere troncato a livello della terza cifra significativa (o al primo decimale dopo la virgola), ottenendo così 14,6; oppure a livello della quinta cifra (terzo decimale dopo la virgola) ottenendo così 14,693 e così via a seconda delle opportunità, degli usi e del livello di approssimazione richiesto dall’operazione.
- **Approssimazione per arrotondamento:** all’interno di questa seconda famiglia di approssimazione si possono avere a loro volta due tipi di approssimazioni: per *difetto* o per *eccesso*, a seconda che la prima cifra che vogliamo togliere assuma un valore minore di cinque (approssimazione per difetto) o maggiore o uguale ad esso (approssimazione per eccesso).

Come nel caso precedente, un numero può essere approssimato a livello di qualsiasi cifra significativa: ad esempio il numero 14,69306... può essere arrotondato a livello della terza cifra significativa, ottenendo così 14,7 (essendo la terza cifra 6, quindi maggiore di 5); oppure a livello della quinta cifra significativa, che essendo 3 si approssima per difetto a 0, risultando così 14,690. E così via.

Scheda docente  
**I Pitagorici e la scoperta degli irrazionali**



La scuola pitagorica fondata a Crotone da Pitagora nel 530 a.C. contribuì nel tempo al considerevole sviluppo della matematica e del pensiero scientifico, ma al contempo la derivazione della scuola dalle comunità orfiche e delle sette religiose d'Egitto e di Babilonia (terre che, secondo la tradizione, Pitagora avrebbe conosciuto in occasione dei suoi precedenti viaggi), contribuì certamente alla chiusura e alla rigidità verso l'esterno e verso opinioni distoniche rispetto alla perfezione dei numeri che i pitagorici andavano professando. I caratteri tipici della setta si evidenziavano anche dai segni di riconoscimento che la scuola utilizzava tra i suoi adepti: la nota stella a 5 punte fiammeggiante; nonché da un rigido sistema di dogmi e divieti sopra i quali si giurava estrema riservatezza.

In particolare, il divieto tassativo di divulgare notizie a proposito della "incommensurabilità della diagonale del quadrato" segnò uno dei maggiori drammi della storia dei numeri. Fu difatti, come vedremo, il probabile assassinio di Ippaso di Metaponto, reo di aver infranto la tassativa prescrizione, a far coincidere al dramma umano anche un arresto notevole degli sviluppi aritmetici del pensiero matematico.

Era presente nei pitagorici la concezione di un mondo eterno rivelato all'intelletto e non ai sensi, conoscibile dunque attraverso il procedimento scientifico. Ma come anticipato, la storia di Ippaso pare dimostrare come prestigio e passione per l'assoluto, possono talora trasformarsi in integralismo e violenza.

I Pitagorici vissero sempre questa ambivalenza e se da una parte conquistarono eccelsi primati intellettuali, quali ad esempio la teoria delle proporzioni, la congettura attorno a una Terra mobile, i legami imprescindibili tra matematica e musica, o la vera e propria invenzione della matematica come disciplina a sé; dall'altra si arroccarono su posizioni rigide e seguirono precetti bizzarri quali quello di non toccare i galli bianchi, quello di non mangiare fagioli o di non passeggiare per le vie maestre.

Affascinante e ricco di precognizione il rapporto tra i pitagorici e la musica<sup>1</sup>. Sperimentando con una lira, il maestro Pitagora scoprì che gli intervalli musicali dipendono da precise relazioni di lunghezza delle corde, intuendo e arrivando a codificare una delle più antiche leggi fisiche dell'uomo. L'intima relazione tra note e aritmetica venne definita nella Scuola come armonia, una parola greca che designava l'ottava musicale, ma che poi assunse il significato etico di 'giusta relazione'. I Pitagorici si convinsero che l'universo si reggesse su accordi aritmetici. Tutto era riconducibile a semplici proporzioni ed era perfetto, cioè compiuto, dotato di capo e coda, come le corde della lira.

Le misure con cui questi pensatori avevano studiato erano rappresentabili come interi o come parti ben delimitate di interi. Ad esempio, il numero  $\frac{2}{3}$  (due terzi) poteva essere visto come due lunghezze uguali allineate a formare un'unica lunghezza che poi veniva divisa esattamente in tre porzioni (*anche questo procedimento è ben evidenziato nel filmato Disney proposto in nota*). L'estasi intellettuale che derivava dall'avanzamento degli studi della Scuola, sfociava immediatamente in posizioni rigide e integraliste. Nello specifico: nessuno doveva dubitare che i numeri interi e i loro rapporti, cioè i numeri razionali ('ratio' in latino vuol dire 'rapporto') fossero l'essenza genuina del Creato.

1. Utile e simpatico per avvicinare la classe alla scuola pitagorica e al suo rapporto con la musica, l'utilizzo dello spezzone del film Disney "Paperino nel mondo della Matematica" del 1959. Reperibile integralmente su youtube al seguente indirizzo: <http://www.youtube.com/watch?v=2oyUCQhD2BM>



Alunno ..... classe ..... data .....

Eppure, uno di loro, tale Ippaso di Metaponto, dubitò. Accadde nel V secolo a.C. quando i dotti della Scuola si scontrarono con una problematica, solo all'apparenza banale, calcolare la diagonale del quadrato.

La risoluzione passò attraverso il famoso teorema di Pitagora sui triangoli rettangoli. Come impariamo sin dai tempi scolastici, se  $c$  è l'ipotenusa e  $a$  e  $b$  sono i due cateti di un triangolo rettangolo, deve valere:  $c^2 = a^2 + b^2$  (il quadrato costruito sull'ipotenusa è uguale alla somma dei quadrati costruiti sui cateti). Nel caso della diagonale del quadrato i due cateti (o i lati del quadrato stesso) sono uguali. Supponendoli unitari in una certa scala di misura (1 cm, 1 m, ecc.) si tratta allora di attribuire a  $c$  quel valore che elevato al quadrato dia 2 come risultato, cioè si tratta di calcolare la radice quadrata di 2 (!2). I Pitagorici disponevano di sistemi ingegnosi per risolvere l'equazione pitagorica, ma nessuno funzionava per la diagonale  $c$  del quadrato.

Ippaso di Metaponto, matematico appartenente alla Scuola, comprese, per primo, che mai nessuna formula matematica, né semplice né complessa, avrebbe mai potuto derivare il valore esatto, razionale della diagonale del quadrato.

Analogamente esistevano oltre alla radice quadrata di 2 molte altre, anzi infinite altre, operazioni che parevano non ricadere nel campo dei numeri razionali.

Oggi sappiamo che i numeri irrazionali, come appunto radice quadrata di 2 sono quantità reali che sviluppano dopo la virgola una serie di decimali infinita e imprevedibile. Che significa imprevedibile? Significa che in taluni casi è imprevedibile e pare non seguire logica apparente il decimale dopo la virgola che seguirà il precedente.

Diversa è la situazione per le quantità razionali con cui trattavano abitualmente i Pitagorici. Ad esempio per il numero  $2/3 = 0,666...$  possiamo benissimo prevedere quale sia il decimale in una generica posizione, dato che è sempre 6. Lo stesso dicasi per un numero come  $5/4 = 1,25000...$  (si ripete 0), per  $1/99 = 0.010101...$  (si ripete 01). Precisando quali siano le cifre periodiche, riusciamo insomma a definire perfettamente questi numeri, in tutta la loro interminabile estensione.

Nel caso della radice di 2, che è irrazionale, è come se la sequenza periodica si allargasse a dismisura, sino a non ripetersi più.

Riportando alcuni decimali, la radice di 2 vale: 1,4142135623730950488016887242097... Le cifre dopo la virgola sono illimitate e non ripetitive. Questo vuol dire che non è in alcun caso possibile precisare un valore come radice quadrata di 2: si tratta dunque di una grandezza incommensurabile.

La cosa oggi pare non essere di grande impedimento in termini pratici (e anzi ci apre ad un rapporto completo con gli insiemi numeri riportati negli schemi a fondo pagina), ma ciò significò un problema teorico di enorme portata, specie se relazionato al dogmatismo pitagorico. La Scuola non poteva accettare l'idea di valori non del tutto calcolabili, riflesso di un cosmo incompiuto e impuro; ma Ippaso fu a tal punto colpito dalla condizione, perché introduceva la matematica nei meandri affascinanti dello sconfinato, che decise di divulgare la scoperta, contravvenendo ai tabù della Scuola.

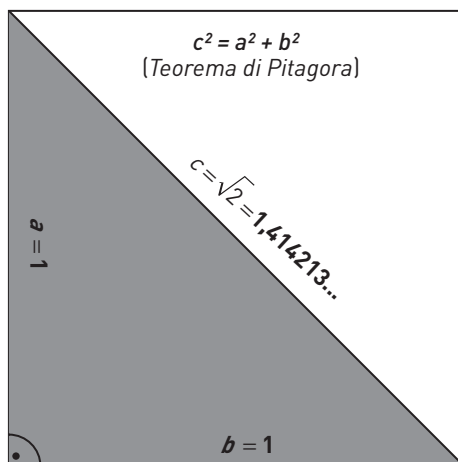
L'irregolarità dei numeri irrazionali non poteva adeguarsi al punto di vista di un universo rigidamente ordinato e così i Pitagorici mancarono, come dicevamo, una grande occasione: quella di ampliare i propri orizzonti ed estendere le proprie conoscenze e quelle dell'umanità intera intorno al modo dei numeri.

Ippaso venne radiato dalla congrega per empietà. La sua misteriosa morte in un naufragio fu evento visto dai suoi ex-compagni come giusta punizione divina. È in verità probabile ch'egli fosse stato annegato per mano della Scuola.

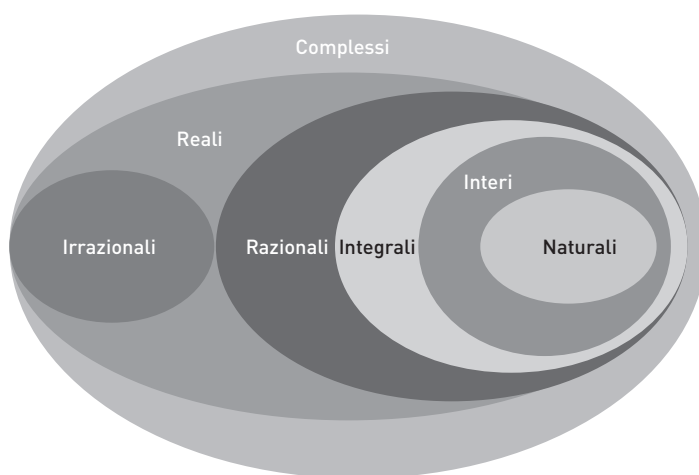
Dopo la morte di Ippaso la sovranità dei numeri razionali durò ancora per 2300 anni, sino a quando il tedesco Georg Cantor nel 1874 tornò ad affrontare di petto la questione degli irrazionali e dell'infinito.

Alunno ..... classe ..... data .....

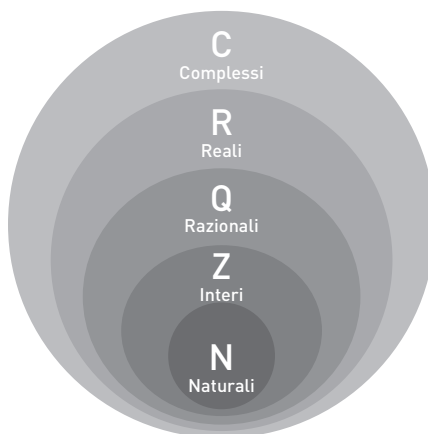
La diagonale del quadrato corrisponde a una misura irrazionale, ossia non esprimibile esattamente con alcun metodo di calcolo aritmetico:



Rappresentazione grafica con diagramma di Venn dell'insieme dei numeri:



Rappresentazione grafica dell'insieme dei numeri semplificato (con abbreviazioni):



Alunno ..... classe ..... data .....

Scheda docente  
appunti storico/biografici

**Girolamo Cardano**



*“La teoria della probabilità non è in fondo che buon senso ridotto a calcolo; essa permette di valutare con esattezza ciò che le menti illuminate sentono per una specie di istinto senza rendersene conto... È notevole come tale scienza, che è cominciata con gli studi dei giochi d'azzardo, si sia elevata ai più importanti oggetti delle conoscenze umane”.*

Così si esprimeva, circa due secoli fa, Blaise Pascal (Clermont-Ferrand, Puy-de-Dôme, 19 giugno 1623 – Parigi, 19 agosto 1662).

I primi studi conosciuti su questioni di probabilità si riferiscono al gioco dei dadi e compaiono nel libro *De ludo aleae* (Il gioco dei dadi) di Girolamo Cardano (1501-1576), a sua volta appassionato giocatore. Vale la pena soffermarsi un momento sulla vita di questo studioso originale ed eclettico, che non si occupò solo di Matematica dove raggiunse discreti, anche se discussi risultati, ma di Medicina, di Fisica, di Astrologia, di Meccanica (ricordate il giunto cardanico?), di Alchimia e Scienze.

Figlio illegittimo di un avvocato e di una vedova molto più giovane, Girolamo venne avviato allo studio della Matematica proprio dal padre, appassionato di tale disciplina, che insegnava Geometria all'Università di Pavia e pare fu consultato anche da Leonardo.

Iniziò i suoi studi di Medicina proprio a Pavia, ma li terminò a Padova. Come medico ebbe molto successo: la sua fama si estese anche in Europa, tanto che nel febbraio 1552 fu invitato a curare John H. Hamilton, arcivescovo cattolico di St. Andrews a Edimburgo, sofferente, si credeva, di tisi, che, col tempo, era andata aggravandosi.

Come ci racconta Attilio Zanca nel suo libro “Cardano medico e taumaturgo”, Cardano partì il 22 febbraio 1552 e il 13 marzo giunse a Lione dove incontrò l'arcivescovo scozzese, poi proseguirono per la Scozia dove il medico diagnosticò che la malattia dell'arcivescovo era asma, causata dalla vita disordinata condotta dal prelado. Gli ordinò una dieta più equilibrata, e di sostituire i cuscini e i materassi di piuma del letto dove dormiva con altri di seta grezza perché “seggendo sulle quali in fama non si vien”: l'intuizione fu vincente perché l'arcivescovo guarì rapidamente e lo ricompensò con molta generosità.

Oggi possiamo pensare che la malattia di Hamilton fosse di origine allergica e che l'asma fosse causata dagli acari delle piume: se pensiamo che queste conclusioni furono dimostrate nel 1964 possiamo capire la grandezza di Cardano. Se come medico ebbe notevole successo, non fu così fortunato come astrologo: fece l'oroscopo di Gesù Cristo, ma la Chiesa che non apprezzava l'Astrologia in generale, lo accusò di eresia e lo mise in prigione per tre mesi, più altrettanti di “arresti domiciliari”. Nemmeno con le profezie gli andò bene. Per l'arcivescovo – cui annunciò successo e felicità perenni – e per il giovane Edoardo VI, per il quale prevedeva una vita oltre i cinquantacinque anni: il primo fu impiccato a Stirling nel 1571, senza processo, dai riformatori scozzesi, mentre Edoardo VI morì di tubercolosi nel giro di un anno.

Cardano come matematico fu il più famoso algebrista del Cinquecento. Si rese protagonista di un episodio che non lo mette certamente in buona luce. Il fatto è legato ad un altro matematico, Nicolò Fontana da Brescia detto il Tartaglia (per la balbuzie dovuta alle ferite alla testa infertegli durante il sacco di Brescia nel 1511). La questione riguardava la risoluzione delle equazioni di terzo grado e, dai documenti pervenuti, sembra che il nostro Cardano non si sia comportato in maniera molto corretta nei confronti di Tartaglia. Pare infatti che dopo aver attirato Tartaglia a Milano promettendo di potergli trovare un mecenate (Tartaglia infatti per la rilevante balbuzie era inadatto all'insegnamento) si facesse rivelare, sotto forma di poesia,

le soluzioni delle equazioni di terzo grado che Tartaglia stesso aveva trovato, promettendo di non rivelarle. Cardano e Ferrari, tuttavia, si misero a lavorare alla soluzione di Tartaglia e pervennero a una dimostrazione rigorosa. Di lì a poco Ferrari risolse anche le equazioni di quarto grado che non sarebbero state divulgabili senza pubblicare le soluzioni delle equazioni di terzo grado individuate da Tartaglia. Il risultato è ancora oggi noto come formule di Cardano.

Come abbiamo già detto, Cardano scrisse *De Ludo Aleae* sul gioco dei dadi (scritto intorno al 1525 ma pubblicato postumo nel 1663); egli amava molto questo tipo di gioco, nel quale, da una parte dissipò molte delle sue sostanze, dall'altra, qualche volta, incrementò le sue entrate, vincendo più di quanto perdesse, anche se era solito affermare che "...l'unico vantaggio deriva dal non giocare per niente...".

Nella speranza di aumentare le sue possibilità di vittoria, egli studiò a fondo il gioco a tal punto che può essere considerato il primo ad aver gettato le basi della moderna **Teoria della probabilità**. Nella sua opera egli definì la probabilità come rapporto tra il numero dei casi favorevoli e quelli possibili ed enunciò due importanti teoremi: la probabilità dell'evento prodotto logico (A e B) di due eventi semplici A, B e una anticipazione della legge dei grandi numeri.

*Sintesi della fonte:*

<http://matematica.unibocconi.it/articoli/il-calcolo-delle-probabilit%C3%A0-e-la-teoria-dei-giochi>

Alunno ..... classe ..... data .....

## Il dilemma di Monty Hall



Il signor Jeavons disse che mi piaceva la matematica perché mi faceva sentire al sicuro. Disse che mi piaceva perché la matematica serve a risolvere i problemi, poi aggiunse che questi problemi erano difficili e interessanti, ma che alla fine c'era sempre una risposta chiara e diretta per tutto. Ciò che intendeva era che la matematica non è come la vita perché nella vita non esistono risposte chiare e dirette. So che era questo che voleva dire perché è quello che ha detto.

Perché il signor Jeavons non capisce i numeri.

Riporto qui di seguito una storiella abbastanza famosa dal titolo **II problema di Monty Hall** che ho voluto includere in questo libro perché illustra ciò che intendo dire.

In una rivista americana che si chiamava “**Parade**” una volta c'era una rubrica fissa dal titolo “**Chiedi a Marilyn**”. Era diretta da una certa Marilyn vos Savant che si diceva avesse il più alto Quoziente d'Intelligenza al mondo, come veniva riportato nel volume del **Guinness dei primati**. In questa rubrica rispondeva a quesiti di matematica inviati dai lettori. Nel settembre del 1990 il signor Craig F. Whitaker di Columbia, Maryland, le spedì questo quesito (non si tratta di una citazione diretta perché l'ho riscritto per renderlo più semplice e più facile da capire).

*Un uomo partecipa a un quiz televisivo. Può vincere un'auto. Il presentatore gli mostra tre porte. Dice che dietro a una delle porte c'è l'auto in palio, mentre dietro alle altre due ci sono delle capre. Gli chiede di sceglierne una. Quella che ha indicato non viene aperta. Il presentatore invece apre una delle porte che il concorrente non ha scelto e mostra una capra (poiché lui sa cosa sta dietro a ognuna delle porte). A quel punto gli dà un'ultima possibilità prima che si spalanchino tutte le porte e vinca un'auto o una capra. Infine domanda se vuole cambiare idea e scegliere una delle porte ancora chiuse. Che cosa gli suggerisce di fare?*

Marilyn vos Savant rispose che bisogna sempre cambiare e scegliere la porta finale perché ci sono due possibilità su tre che ci sia un'auto dietro quella porta.

Ma se si usa l'intuito verrebbe da pensare che le possibilità che dietro a ognuna delle due porte si trovi l'auto siano identiche, 50 a 50.

Molti scrissero alla rivista dicendo che Marilyn vos Savant aveva torto, anche se aveva fornito spiegazioni molto dettagliate sulle motivazioni della sua scelta. Il 92% delle lettere sostenevano che si era sbagliata, e molte provenivano da matematici e scienziati.

Ecco alcune delle frasi contenute in queste lettere

*La generale e assoluta mancanza di competenza matematica mi sconcerta. Per favore, dia un contributo alla causa confessando il suo errore.*

**Robert Sachs, Ph. D., George Mason University**

*L'ignoranza in matematica è già sufficientemente diffusa in questo paese, senza che ci si metta anche il Q.I. più alto del mondo. Vergogna!*

**Scott Smith, Ph. D., University of Florida**

[...]

Marilyn vos Savant però aveva ragione. Ed ecco 2 metodi per dimostrarlo.

Il primo è attraverso un procedimento matematico:

[...]

Il secondo è quello di fare un disegno indicando tutti i possibili risultati



Quindi, se cambi, 2 volte su 3 vinci un'auto. Se mantieni la tua decisione, vinci solo 1 volta su 3.

Questo dimostra che qualche volta l'intuito può portare all'errore. E che l'intuito è ciò che usano le persone nella vita di tutti i giorni per prendere decisioni. Ma la logica può essere utile per elaborare la risposta giusta.

Dimostra anche che il signor Jeavons aveva torto e che i numeri talvolta sono molto complicati e non così diretti e immediati come sembra. Ed ecco perché mi piace ***Il problema di Monty Hall***.

(da "Lo strano caso del cane ucciso a mezzanotte", M. Haddon, Einaudi, Torino, 2003, pp. 77-80)

Alunno ..... classe ..... data .....

Scheda docente  
**Il dilemma di Monty Hall**



Ecco un curioso problema in cui il calcolo della probabilità permette di arrivare ad una soluzione che, in certo senso, va contro l'intuizione comune. Noto come "*Il dilemma di Monty Hall*" è legato ad un gioco a premi americano *Let's Make a Deal*, trasmesso dalla Tv americana negli anni 90. Il nome dello show deriva da quello del conduttore, Maurice Halprin, noto con lo pseudonimo di Monty Hall. In questo gioco, vengono mostrate a un giocatore tre porte chiuse; al di là di una c'è un'automobile e dietro ciascuna delle altre due si nasconde una capra. Il giocatore sceglie una porta, ma non la apre; il conduttore dello show (che conosce ciò che si trova dietro ogni porta) deve aprire un'altra porta, e poiché conosce la disposizione dei premi, ne apre una che nasconde la capra. A questo punto il presentatore offre al giocatore la possibilità di cambiare la propria scelta iniziale passando all'unica porta restante (o tenersi il premio nascosto dietro alla porta da lui scelta). La domanda è, quindi: conviene cambiare o no? Il giocatore può ragionare in questo modo: "So che in una delle due porte rimaste, tra cui quella che ho scelto inizialmente, c'è certamente l'automobile, quindi la probabilità è pari, per entrambe le porte, ad  $\frac{1}{2}$ . Perciò è indifferente cambiare o no".

La questione, però, non finì così semplicemente. Infatti essa fu proposta nel 1990 nella popolare rubrica di domande e risposte "*Chiedilo a Marilyn*" della rivista americana *Parade* dal Sig. Craig F. Whitaker (Columbia, Maryland). La rubrica era tenuta da Marilyn vos Savant, personaggio non certo di poco conto, in quanto presente nel Guinness dei Primati per il suo altissimo Q.I. (228). Marilyn rispose che la soluzione prima fornita era errata e che al concorrente conviene sempre cambiare, in quanto la probabilità di vincita passa da  $\frac{1}{2}$  a  $\frac{2}{3}$ .

Questa risposta non soddisfò i suoi lettori che la subissarono di lettere di proteste (tra cui, molti matematici insigniti del Ph.D, titolo equivalente al nostro dottorato di ricerca) che contestavano la soluzione della vos Savant.

Persino Paul Erdos, uno dei più grandi matematici del '900 disse «Impossibile. Non può fare differenza il cambiare la porta» (da «*L'uomo che amava solo i numeri*», P. Hoffman) e dall'Università della Florida le scrissero: "Lei sembra avere difficoltà a cogliere gli aspetti fondamentali della teoria della probabilità... C'è già abbastanza ignoranza matematica nel paese, senza che si metta a creare confusione anche la persona con il più alto QI del mondo!"

Marilyn non cedette e dimostrò di essere nel giusto con un metodo molto efficace; costruì una tabella con i sei casi possibili: l'auto è dietro la porta A, B o C e il giocatore **non** cambia la scelta oppure, l'auto è dietro A, B o C e il giocatore **cambia**.

Ne risulta che se si sostituisce si vince in due casi su tre. Se non si cambia, si vince in un caso su tre. Nel caso in cui l'auto sia dietro la porta A la tabella potrebbe essere come la seguente (si tenga presente che prima della proposta di cambio il presentatore apriva una porta che nascondeva la capra):

Porta scelta	Il giocatore cambia	Il giocatore non cambia
A	Perde	Vince
B	Vince	Perde
C	Vince	Perde

Alunno ..... classe ..... data .....

Per chiarire ulteriormente la situazione riassumiamo i risultati delle due strategie possibili con le rispettive probabilità teoriche di vincita:

1. mantenere la scelta iniziale ( $P = 33\%$ );
2. scegliere la porta non aperta ( $P = 67\%$ ).



# ■ Fonti e materiali utili

Si consiglia caldamente l'uso in aula e la fruizione anche diretta da parte degli allievi delle fonti e dei libri contrassegnati dall'asterisco\*.

M. Haddon, *Lo strano caso del cane ucciso a mezzanotte*, Einaudi, Torino, 2003.\*

H. M. Enzensberger, *Il mago dei numeri*, Einaudi, Torino, 1998.\*

## **BIBLIOGRAFIA UTILE PER UN QUADRO COMPLESSIVO DELLA MATEMATICA**

C. Colombo Bozzolo, A. Costa, *Nel mondo dei numeri e delle operazioni*, Erickson, Trento, 2002.\*

B. D'Amore, *Didattica della matematica*, Pitagora, Bologna, 2001.

H. Freudenthal, *Ripensando l'educazione matematica*, La Scuola, Brescia, 1994.

C. Toffalori, *L'aritmetica di Cupido. Matematica e letteratura*, Guanda, Parma, 2011.

C. Toffalori, *Il matematico in giallo*, Guanda, Parma, 2008.\*

B. Russell, *Introduzione alla filosofia matematica*, Newton Compton, Roma, 1997.

## **RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI**

Carraher T. N., Carraher D. W., Schlieman A. D., "Mathematics in the streets and in the school", in: *British Journal of Developmental Psychology*, 3, pp. 21-29, 1985.

Cole M., *Cultural psychology*, Belknap, Cambridge, MA, 1996.

Cole M., Gay J., Glick J., Sharp D.W., *The cultural contexts of learning and thinking*, Basic Books, New York, 1971.

Di Francesco G. (Isfol, a cura di) *Ricostruire l'esperienza. Competenze, bilancio, formazione*, Angeli, Milano, 2004.

Laboratory of Comparative Human Cognition, *Culture and intelligence*, in: R. J. Stenberg (a cura di), *Handbook of intelligence*, Cambridge University Press, New York, 1982.

Laboratory of Comparative Human Cognition, *Culture and cognitive development*, in: J. H. Flavell, E. M. Markman (a cura di), *Handbook of child Psychology*, Wiley, New York, 1983.

Mason L., *Psicologia dell'apprendimento e dell'istruzione*, Il Mulino, Bologna, 2013 (1° ed. 2006).

## **SULLE COMPETENZE**

A.A.V.V., "Competenze ed educazione degli adulti", numero monografico di *Focus on Lifelong, Lifewide Learning*, n. 10, Massa Carrara, Transeuropa (on line reperibile su rivista.edaforum.it), 2008.

A.A.V.V., "Le competenze", *Focus on Lifelong Lifewide Learning*, n. 21 (on line reperibile su rivista.edaforum.it), 2013.

F. Batini, *Insegnare per competenze*, Loescher, Torino, 2013.

F. Batini (a cura di), *Verso le competenze chiave*, Pensa Multimedia, Lecce-Brescia, 2012.

P. Brunello, A. Capone, T. Carrozzino, D. Giovannini, S. Giusti, F. Ferretti, *Valutare le competenze nel sistema scolastico*, Pensa Multimedia, Lecce-Brescia, 2011.

P.C. Rivoltella, *Neurodidattica. Insegnare al cervello che apprende*, Cortina, Milano, 2012.